

**Analysis für Informatiker | WS 2015/16**  
**Hausaufgabenübung Blatt 9 | 21.12.2015**  
**Abgabe: 11.01.2016, 11:30 Uhr,**

(Rogowski → rechte Treppe → Treppenhaus 2.Stock → blauer Abgabekasten)

**Hinweise zur Abgabe :**

- Die Hausaufgaben sind in **Dreiergruppen** abzugeben.
- Geben Sie auf Ihren Abgaben Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und die **Nummer der Kleingruppe**, der Sie sich zugeordnet haben, an.
- In Ihrem Interesse: **Tackern** Sie Ihre Abgaben. Lose Zettel können schnell verloren gehen - für den Verlust loser Zettel haften wir nicht!

**Aufgabe 1. (Regeln von l'Hôpital)**

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte, falls diese existieren:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\sin x}$

**2 Punkte**

**Aufgabe 2. (Regeln von l'Hôpital)**

Sei  $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ein Polynom. Zeigen Sie mit der Hilfe der Regeln von de l'Hospital:

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} |p(x)|e^{-|x|} = 0.$$

**Hinweis:** Es genügt zu zeigen, dass für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  gilt:  $\lim_{|x| \rightarrow \infty} |x^n|e^{-|x|} = 0$ . Dafür betrachten Sie die Grenzwerte für  $x \rightarrow \infty$  und  $x \rightarrow -\infty$  getrennt.

**3 Punkte**

**Aufgabe 3. (Taylorentwicklung)**

Sei  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{2x-1}$  und  $x_0 = 0$ .

- a) Bestimmen Sie alle Ableitungen  $f^{(n)}$  von  $f$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .
- b) Stellen Sie das Taylorpolynom  $T_n$  vom Grad  $n \in \mathbb{N}$  der Funktion  $f$  um den Entwicklungspunkt  $x_0$  auf.
- c) Geben Sie  $T_3(x)$  an.
- d) Bestimmen Sie das Restglied  $f(x) - T_n(x)$ .
- e) Reicht  $n = 5$  aus, damit der Fehler auf  $[-1, 1]$

$$\|f - T_n\|_\infty := \max_{x \in [-1, 1]} |f(x) - T_n(x)|$$

kleiner als  $10^{-2}$  ist?

**2.5 Punkte**

**Aufgabe 4. (Taylorpolynom)**

Betrachte  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x^2 e^x$ .

- (a) Geben Sie das Taylorpolynom  $T_3(x)$  3. Grades zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  an.
- (b) Berechnen Sie eine Annäherung für  $e$ , indem Sie  $T_3(x)$  an einer geeigneten Stelle  $x^*$  auswerten. Geben Sie eine Abschätzung des Fehlers  $|f(x^*) - T_3(x^*)|$  an.

**2.5 Punkte**