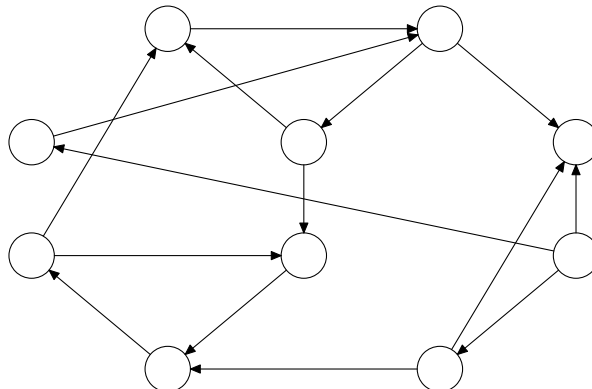


Übungen zur Vorlesung Datenstrukturen und Algorithmen

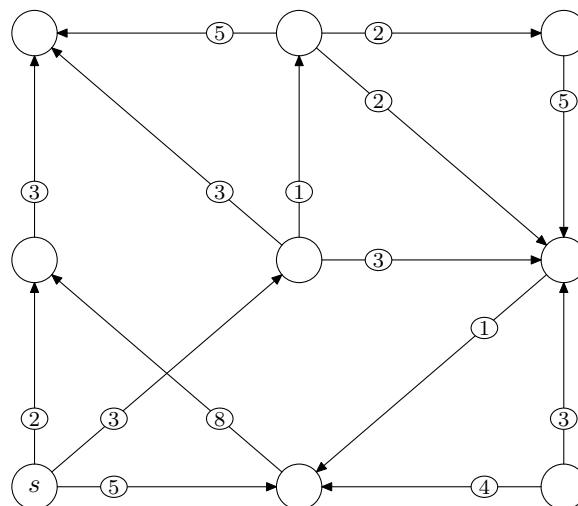
T26

Wenden Sie Breitensuche auf den folgenden Graphen an.



T27

Wenden Sie den Dijkstra-Algorithmus auf den folgenden Graphen an, wobei s die Quelle ist.



T28

Beweisen Sie den zweiten Punkt von Lemma A: $f(X, Y) = -f(Y, X)$ für $X, Y \subseteq V$ falls f ein Fluß für $G = (V, E)$ ist.

T29

Es sei f ein Fluß in einem s - t -Netzwerk $G = (V, E)$ und $X, Y \subseteq V$, $X \cap Y = \emptyset$, mit $s \in X$ und $t \in Y$. Desweiteren gelte $|f| \neq 0$.

Beweisen oder widerlegen Sie die Aussage $f(X, Y) \geq 0$.

H22 (10 Punkte)

Beweisen Sie den dritten Punkt von Lemma A: $f(X \cup Y, Z) = f(X, Z) + f(Y, Z)$ für $X, Y, Z \subseteq V$, $X \cap Y = \emptyset$, falls f ein Fluß für $G = (V, E)$ ist.

H23 (10 Punkte)

Diese Aufgabe entstammt dem empfehlenswerten Buch „Introduction to Algorithms“ von Cormen, Leiserson, Rivest und Stein.

Es gibt zwei Arten von professionellen Wrestlern: die „good guys“ und die „bad boys.“ Natürlich gibt es auch Rivalitäten zwischen einzelnen Wrestlern. Nehmen wir an, wir haben n Wrestler und eine Liste von r Rivalitäten (eine Rivalität ist formal gesehen ein Paar von Wrestlern).

Geben Sie einen Algorithmus mit Zeitkomplexität $O(n + r)$ an, der entscheidet, ob die Wrestler so auf die beiden Gruppen verteilt werden können, daß nur Rivalitäten zwischen „good guys“ und „bad boys“ bestehen. Im positiven Fall sollte eine entsprechende Zuteilung auch ausgegeben werden.

H24 (10 Punkte)

Eine Zahl darf durch folgende Operationen verändert werden:

1. Multiplikation mit drei.
2. Multiplikation mit zwei und anschließendes Abziehen von 323.
3. Addition von 27.
4. Subtraktion von 13.

Finden Sie eine kürzest mögliche Folge von Operationen, die die Zahl 1 in die Zahl 10000 verwandelt. Die Zahl darf dabei zwischendurch nicht negativ werden.

Hinweis: Wir können dieses Problem als ein Suchproblem auf gerichteten Graphen interpretieren. Der Graph hat die nicht-negativen ganzen Zahlen als Knoten und es gibt eine Kante von n nach m , wenn wir n durch eine der vier Operationen in m verwandeln können.

Dieser Graph ist unendlich groß. Es ist allerdings sehr einfach, die Nachbarn eines Knotens aufzuzählen. Es bietet sich daher an, auf diesem implizit gegebenen Graphen eine Breitensuche durchzuführen, die bei 1 beginnt.

Selbstverständlich können Sie die Datenstrukturen der Vorlesung in Ihrem Programm verwenden, die auf der Webseite zu finden sind, oder andere Programmbibliotheken. Ebenso können Sie statt Java auch eine andere Programmiersprache verwenden, falls das für Sie einfacher sein sollte.

Geben Sie als Lösung sowohl das Programm als auch seine Ausgabe ab. Die Ausgabe des Programms sollte den Weg von 1 zu 10000 in einer nachvollziehbaren Weise enthalten.