

# Einführung in die Stochastik für Studierende der Informatik

---

## 4. Übung

---

Ausgabetermin: Donnerstag, den 10.05.2007

### Aufgabe 14

Zeigen Sie, dass folgende Mengensysteme  $\sigma$ -Algebren über  $\Omega \neq \emptyset$  sind:

- (i)  $\mathcal{A} = \{\emptyset, \Omega\}$ ,
- (ii)  $\mathcal{A} = \{\emptyset, A, A^c, \Omega\}$ ,  $\emptyset \neq A \subset \Omega$ ,  $A \neq \Omega$ ,
- (iii)  $\mathcal{A} = \mathfrak{Pot}(\Omega)$ .

### Aufgabe 15

Seien  $\Omega \neq \emptyset$ ,  $I$  eine Indexmenge,  $\mathcal{A}_i$  für jedes  $i \in I$  eine  $\sigma$ -Algebra über  $\Omega$  und

$$\mathcal{A}_{\cap} := \bigcap_{i \in I} \mathcal{A}_i, \quad \mathcal{A}_{\cup} := \bigcup_{i \in I} \mathcal{A}_i.$$

Zeigen Sie, dass  $\mathcal{A}_{\cap}$  eine  $\sigma$ -Algebra über  $\Omega$  ist und dass  $\mathcal{A}_{\cup}$  im Allg. **keine**  $\sigma$ -Algebra über  $\Omega$  ist.

### Aufgabe 16

Beim Würfeln mit einem unsymmetrischen (sechseckigen) Würfel interessiert man sich für die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die einzelnen Augenzahlen geworfen werden. Es sind aber lediglich zu den Ereignissen

- (i)  $A \hat{=}$  es wird eine gerade Zahl geworfen,
- (ii)  $B \hat{=}$  es wird eine Augenzahl kleiner oder gleich 3 geworfen,
- (iii)  $C \hat{=}$  es wird eine 1 oder eine 4 geworfen

die folgenden Wahrscheinlichkeiten bekannt:

- $P(A) = \frac{5}{8}$ ,
- $P(C) = \frac{5}{12}$ ,
- $P(A \cup B) = \frac{23}{24}$ ,
- $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ ,
- $P(A \cap C) = \frac{1}{3}$ .

Berechnen Sie aus diesen Angaben  $p_i = P(\{i\})$  für  $i = 1, \dots, 6$ .

### Aufgabe 17

Geben Sie ein stochastisches Modell für den zweifachen Münzwurf an, falls

- (i) die Münze fair ist, d.h. die Seiten Kopf und Zahl gleichwahrscheinlich sind,
- (ii) die Münze möglicherweise unfair ist, d.h. die Wahrscheinlichkeit für Kopf eine Zahl  $p \in [0, 1]$  ist.