Prof. Dr. E. Cramer
Dipl.-Math. U. Seehafer RWTH Aachen, SS 07

# Einführung in die Stochastik für Studierende der Informatik

## Lösungen zur 9. Übung

### Aufgabe 33

zu a) Mit partieller Integration erhält man bei i) und ii):

(i)

$$\begin{aligned} E[X] &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda x} I_{(0,\infty)}(x) dx \\ &= \int_{0}^{\infty} x \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx \\ &= \underbrace{-x \cdot e^{-\lambda x}|_0^\infty}_{=0} + \int_0^\infty e^{-\lambda x} dx \\ &= -\frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda x}|_0^\infty = \frac{1}{\lambda}. \end{aligned}$$

(ii)

$$\begin{aligned} E[X^2] &= \int_0^\infty x^2 \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx \\ &= \underbrace{-x^2 \cdot e^{-\lambda x}|_0^\infty}_{=0} + \int_0^\infty 2x \cdot e^{-\lambda x} dx \\ &= 2 \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot E[X] \overset{i)}{=} \frac{2}{\lambda^2}. \end{aligned}$$

Also gilt

$$Var(X) = EX^2 - E^2X = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

zu b) (i) $P(Y > 20) = 1 - F^X(20) = e^{-(1/20)\cdot 20} = \frac{1}{e}$

(ii)

$$\begin{aligned} P(Y > 40 | Y > 20) &= \frac{P(Y > 40, Y > 20)}{P(Y > 20)} = \frac{P(Y > 40)}{P(Y > 20)} \\ &= \frac{e^{-(1/20)\cdot 40}}{e^{-(1/20)\cdot 20}} = \frac{1}{e}. \end{aligned}$$

(Exp-Verteilung ist gedächtnislos).

(iii) 2 Bedingungen: I) $P(X > 20 | X > 10) = P(X > 10)$
und II) $P(X > 30 | X > 10) = \frac{1}{2} P(X > 10)$.
Setze zum Beispiel (es gibt viele Möglichkeiten) $P(X > 10) := 1$,
$P(X > 20) = 1$, $P(X > 30) = \frac{1}{2}$,
z.B. $X \sim \mathfrak{R}[20, 40]$.