Prof. Dr. E. Cramer
Dipl.-Math. U. Seehafer RWTH Aachen, SS 07

Einführung in die Stochastik für Studierende der Informatik

10. Übung

Ausgabetermin: Donnerstag, den 28.06.2007
Übungstermin: Donnerstag, den 05.07.2007, 14.00 - 14.45, Fo 2

Aufgabe 34

Die Dichtefunktion des Zufallsvektors (X, Y) sei definiert durch

$$f^{(X,Y)}(x,y) = \begin{cases} c(x+2xy) & ,x,y \in [0,2] \\ 0 & , \text{ sonst }. \end{cases}$$

(a) Bestimmen Sie die Konstante c.

(b) Ermitteln Sie die marginalen Dichten der Zufallsvariablen X und Y.

(c) Sind X und Y stochastisch unabhängig?

(d) Berechnen Sie $\mathrm{E}Y$ und $\mathrm{Var}(Y)$.

Aufgabe 35

(a) Seien $X_1, \dots, X_n \overset{iid}{\sim} \mathsf{Geo}(p)$, $p \in (0,1)$, d.h.

$$P(X_1 = k) = p(1-p)^k, \qquad k \in \mathbb{N}_0.$$

Bestimmen Sie (für ein Stichprobenergebnis $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{N}_0$) den Maximum-Likelihood-Schätzer für p.

(b) Seien $X_1, \dots, X_n \overset{iid}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$. Berechnen Sie (für ein Stichprobenergebnis $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$) den Maximum-Likelihood-Schätzer für σ^2, falls μ bekannt ist.

Aufgabe 36

Die Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_n$ ($n \in \mathbb{N}$) seien stochastisch unabhängig und auf dem Intervall $[0, b]$ Rechteck-verteilt (mit unbekannter Obergrenze $b > 0$). Um b aus zugehörigen Beobachtungen $x_1, \dots, x_n$ zu schätzen, betrachtet man folgende Schätzfunktion:

$$\hat{\vartheta}_n = \frac{2}{n} \cdot (X_1 + \ldots + X_n).$$

(a) Ist $\hat{\vartheta}_n$ ein erwartungstreuer Schätzer für den Parameter b?

(b) Berechnen Sie die Varianz von $\hat{\vartheta}_n$.