

Einführung in die Technische Informatik

WS 2009/2010

Blatt 6: OBDD's, Karnaugh, Quine-McCluskey, Fehlerdiagnose, Minimierung

Ihre Lösung zu den mit (*) gekennzeichneten Übungen sollen Sie am **27.11.2009** in der Übung abgeben. Die Bearbeitung der Aufgaben in Lerngruppen von etwa drei oder vier Personen ist sinnvoll. Bitte geben Sie nur eine Lösung pro Lerngruppe ab.

Aufgabe 1: (*)OBDD

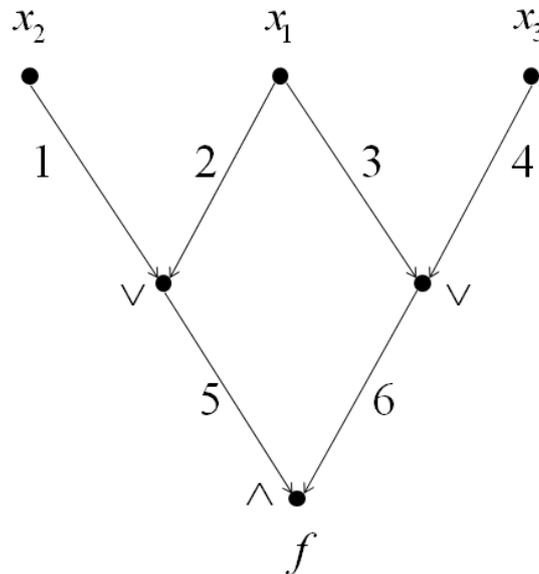
Die Boolesche Funktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ sei durch folgende Wertetabelle gegeben:

$x_3x_2x_1x_0$	$f(x_3, x_2, x_1, x_0)$	$x_3x_2x_1x_0$	$f(x_3, x_2, x_1, x_0)$
0 0 0 0	0	1 0 0 0	0
0 0 0 1	0	1 0 0 1	1
0 0 1 0	0	1 0 1 0	1
0 0 1 1	0	1 0 1 1	1
0 1 0 0	1	1 1 0 0	1
0 1 0 1	1	1 1 0 1	1
0 1 1 0	0	1 1 1 0	1
0 1 1 1	0	1 1 1 1	0

- Zeichnen Sie das OBDD der Funktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ zur Variablenordnung $x_3 < x_2 < x_1 < x_0$ und minimieren Sie es. Lesen Sie die minimierte Darstellung von $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ aus dem OBDD ab.
- Führen Sie die Schritte aus a) für die Variablenordnung $x_0 < x_1 < x_2 < x_3$ aus und vergleichen Sie die Ergebnisse.
- Minimieren Sie die Funktion $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ mit Hilfe eines Karnaugh-Diagramms. Welche Methode der Minimierung war für die gegebene Funktion die günstigste?

Aufgabe 2: Fehlerdiagnose rückwärts

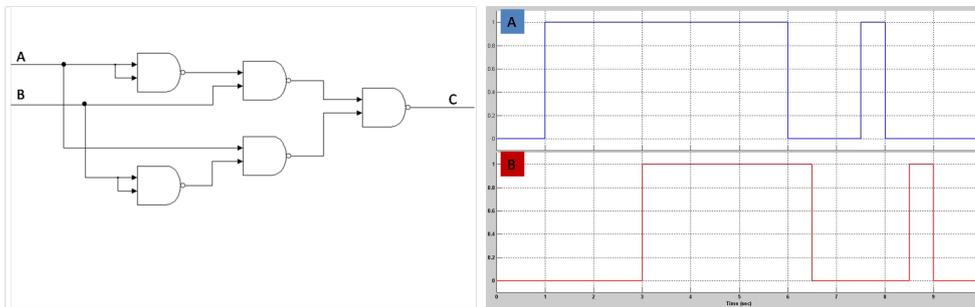
Gegeben sei folgender DAG der Funktion $f(x_3, x_2, x_1)$:



- Beim Test eines Schaltnetzes das dem DAG entspricht tritt die Situation ein, dass die Eingabe $x_3 = 1, x_2 = 1, x_1 = 0$ ein erwartungsgemäßes Ergebnis liefert, jedoch die Eingabe $x_3 = 1, x_2 = 0, x_1 = 1$ eine falsche Ausgabe. Welcher der Verbindungen im DAG ist für den Fehler verantwortlich? Gehen Sie davon aus, dass die Fehlerquelle eine Nullklemmung eines einzigen Drahtes ist.
- Ein weiteres Schaltnetz zeigt bei der Eingabe $x_3 = 0, x_2 = 1, x_1 = 1$ einen Fehler. Kann mit dieser Information der fehlerhafte Draht eindeutig identifiziert werden? Welcher Draht hat den Fehler verursacht bzw. welche weiteren Eingaben werden benötigt um den fehlerhaften Draht zu identifizieren?
- Der obige DAG wird nun modifiziert indem die Drähte 1 und 5 verdoppelt werden. Die neuen Drähte haben die Nummern 1' und 5'. Wie lauten die neuen Fehlerfunktionen $f \leftrightarrow f_1, f \leftrightarrow f_5, f \leftrightarrow f_{1'}$ und $f \leftrightarrow f_{5'}$?
- Nehmen Sie an, der modifizierte DAG habe eine beliebige Nullklemmung eines Drahtes, die zu einem Fehler in der Ausgabe führt. Wie viele Eingaben müssen im schlimmsten Fall getestet werden, um den fehlerhaften Draht zu identifizieren oder ist dies nicht möglich?

Aufgabe 3: Boolesche Funktionen mit Zeit

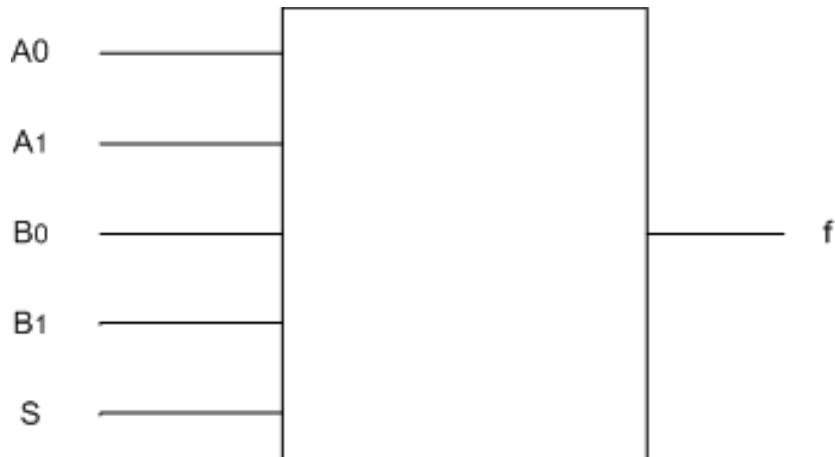
Für das gegebene Schaltnetz variieren die Eingänge A und B mit der Zeit wie in dem rechten Diagramm dargestellt.



- Leiten Sie die Boolesche Funktion her und geben Sie diese in Disjunktiver Normalform an!
- Mit welchem Fan-In-2 Gatter kann das komplette Schaltnetz ersetzt werden?
- Skizzieren Sie das Timing-Diagramm für den Ausgang C im Zeitintervall [0-10]s!

Aufgabe 4: Minimierung

Gegeben Sie folgendes Schaltbild:



Das Bauteil funktioniert wie folgt:

S	Operation	f
0	A<B	1
1	A>B	1

D.h. am Ausgang erscheint für $S=0$ eine Eins genau dann wenn, $A<B$ ist. Bzw. am Ausgang erscheint für $S=1$ eine Eins genau dann wenn, $A>B$ ist. S wählt somit die Operation aus, die ausgeführt werden soll.

- Minimieren Sie die Funktion mit Hilfe von Karnaugh-Diagrammen!
- Jetzt sei $S=0$. Minimieren Sie die Funktion ebenfalls mit Karnaugh-Diagrammen und einem OBDD mit aufsteigender Variablenordnung (also mit Startknoten x_0 usw.)!
- Minimieren Sie die Funktion mit Hilfe des Verfahrens von Quine und McCluskey, ebenfalls für $S=0$!
- Welches der Verfahren liefert immer ein Minimalpolynom? Bei welchem Verfahren ist das Resultat abhängig von der Art der Initialisierung?

Aufgabe 5: (*)Minimierung mit Don't Cares

a) Gegeben Sie die folgende vierstellige boolesche Funktion:

x_3	x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0	D
0	0	0	1	D
0	1	1	0	D
1	0	0	0	D
1	0	0	1	D
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	1	0	D
1	1	1	1	0

Alle restlichen Einträge seien 0. Minimieren Sie die Funktion mit Hilfe eines Karnaugh-Diagrammes!

b) Eine fünfstellige boolesche Funktion habe folgende einschlägige Indizes: 2,6,7,9,14,16,20,24,31. Außerdem sei das Ergebnis der Funktion für folgende Indizes irrelevant (Don't Cares): 3,4,10,15,17,18. Minimieren Sie die Funktion mit Hilfe von einem OBDD der Variablenordnung $x_0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4$

Aufgabe 6: (*)Fehler in Minimierung

Was ist hier falsch?

		X1X0			
		00	01	10	11
X3X2	00	0	1	1	0
	01	1	1	1	1
	10	1	1	1	1
	11	0	0	0	0

Es ergibt sich:

$\bar{x}_3\bar{x}_2$ (rot)

\bar{x}_3x_2 (blau)

$x_3\bar{x}_2$ (grün)

x_3x_2 (grau)

Die Funktion lautet somit: $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3\bar{x}_2 + \bar{x}_3x_2 + x_3\bar{x}_2 + x_3x_2$

Mit Hilfe der Resolution folgt:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3\bar{x}_2 + \bar{x}_3x_2 + x_3\bar{x}_2 + x_3x_2$$

$$= \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + x_3 + x_2 = 1$$

Aufgabe 7: (*)Matlab/Simulink

In dieser Aufgabe sollen Sie ein Schaltnetz realisieren für den vierstelligen Gray-Code aus Übungsblatt 5.

- a) Konstruieren Sie jeweils die einzelnen Funktionen f_3, f_2, f_1 und f_0 , und fassen Sie diese jeweils zu einer Substructure zusammen.
- b) Realisieren Sie nun das komplette Schaltnetz, indem Sie die Substructures aus Aufgabenteil a) verwenden!